

復習問題1 . $f(x, y) = \cos x \cdot \cos y$ について、 $Df(x, y) = (0, 0)$ となる点 (x, y) を求めよ。 $f(x, y)$ はその点で極大であるか、極小であるか判定せよ。

復習問題2 . $f: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n, g: \mathbf{R}^\ell \rightarrow \mathbf{R}^m$ を C^∞ 級の写像とすると、 $f \circ g: \mathbf{R}^\ell \rightarrow \mathbf{R}^n$ は C^∞ 級の写像であることを示せ。

ヒント: C^r 級の写像の和、積は C^r 級。 f が C^r 級写像ならば、 Df は C^{r-1} 級。チェインルールを使う。

演習問題1 . $S^2 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1\}$ 上の関数 f を

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2$$

で定める。 $f(x_1, x_2, x_3)$ はどのような値をとるか。実数 y に対し $f^{-1}(y)$ はどのような図形であるかを論ぜよ。

演習問題2 . \mathbf{R}^3 内の曲面 $z = x^3 + xy$ 上の点 (x_0, y_0, z_0) における接平面の方程式を求めよ。この接平面が x 軸に平行になるような点 (x_0, y_0, z_0) はどのような図形をなすか。その図形の xy 平面への正射影、 xz 平面への正射影、 yz 平面への正射影のみたす方程式を求めよ。