２００２年度幾何学特別演習Ｉ演習問題　　４月２４日

復習問題１．$f(x,y)=\cos x\cdot\cos y$ について、$Df(x,y)=(0,0)$ となる点 (x,y) を求めよ。$f(x,y)$ はその点で極大であるか、極小であるか判定せよ。

復習問題２．$f:\mathbf{R}^m\longrightarrow\mathbf{R}^n$, $g:\mathbf{R}^\ell\longrightarrow\mathbf{R}^m$ を C^∞ 級の写像とするとき、$f\circ g:\mathbf{R}^\ell\longrightarrow\mathbf{R}^n$ は C^∞ 級の写像であることを示せ。
ヒント：C^r 級の写像の和、積は C^r 級。f が C^r 級写像ならば、Df は C^{r-1} 級。チェインルールを使う。

演習問題１．$S^2=\left\{(x_1,x_2,x_3)\in\mathbf{R}^3\middle|x_1^2+x_2^2+x_3^2=1\right\}$ 上の関数 f を

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+3x_3^2$$

で定める。$f(x_1,x_2,x_3)$ はどのような値をとるか。実数 y に対し $f^{-1}(y)$ はどのような図形であるかを論ぜよ。

演習問題２．$\mathbf{R}^3$ 内の曲面 $z=x^3+xy$ 上の点 (x_0,y_0,z_0) における接平面の方程式を求めよ。この接平面が x 軸に平行になるような点 (x_0,y_0,z_0) はどのような図形をなすか。その図形の xy 平面への正射影、xz 平面への正射影、yz 平面への正射影のみたす方程式を求めよ。