

復習問題 1 . 関数  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ , 写像  $F : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$  に対しての陰関数定理を述べよ。

復習問題 2 . 写像  $f : \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n$  が  $C^r$  級であることの定義を述べよ。

演習問題 1 .  $f : \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^n, g : \mathbf{R}^\ell \rightarrow \mathbf{R}^m$  を  $C^\infty$  級の写像とすると、 $f \circ g : \mathbf{R}^\ell \rightarrow \mathbf{R}^n$  は  $C^\infty$  級の写像であることを示せ。

ヒント :  $C^{r-1}$  級の写像の和、積は  $C^{r-1}$  級。  $f$  が  $C^r$  級写像ならば、 $Df$  は  $C^{r-1}$  級。チェインルールを使う。

演習問題 2 .  $\mathbf{R}^3$  の次の部分集合が滑らかな曲面であるかどうか論ぜよ。

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x^2 + y^2 = z^2\}$$

$$X = \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid \begin{array}{l} z^2 = -\{x^2 + y^2 - 1\}\{(x+3)^2 + y^2 - 1\} \cdot \\ \{(x-3)^2 + y^2 - 1\}\{x^2 + y^2 - 25\} \end{array} \right\}$$

$$Y = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z^2 = -\{(x+1)^2 + y^2 - 1\}\{(x-1)^2 + y^2 - 1\}\}$$