

復習問題1 . 位相空間 X がハウスドルフ空間ではないとする。このとき、 X の異なる2つの点で、任意の X 上の実数値連続関数の値が等しくなることを示せ。

復習問題2 .

集合 X 上の同値関係 \sim とは何か。

集合 X 上の同値関係 \sim による商空間とは何か。

位相空間 X 上の同値関係 \sim による商空間の商位相とは何か？

演習問題1 . ユークリッド空間の部分集合 X が有界閉集合であることとコンパクトであることは同値であることを示せ。

ヒント：片方向きは、「距離空間のコンパクト集合は有界。ハウスドルフ空間のコンパクト部分集合は閉集合。」を示す。反対向きは、「ユークリッド空間の有界閉集合は点列コンパクト（任意の点列は、収束する部分列を持つ）。距離空間が点列コンパクトならば、与えられた開被覆に対しルベグ数が存在する（正実数 $\delta > 0$ で、各点の δ 近傍は与えられた開被覆に属する開集合の部分集合となる）。距離空間が点列コンパクトならばコンパクト。」を示す。

演習問題2 . xy 平面から原点を除いた位相空間を Z とする。

(1) Z の x 軸に平行な直線の連結成分のなす空間を Y とする。 Y の各点 y に対し、开区間と同相な近傍が存在することを示せ。位相空間 Y はハウスドルフでないことを示せ。

(2) Z 上の関数 $f(x, y) = xy$ の等位線の連結成分のなす空間を X とする。 X の各点 x に対し、开区間と同相な近傍が存在することを示せ。位相空間 X はハウスドルフでないことを示せ。