拙著「ベクトル解析と幾何学」の定理 2.8.1, 定理 2.7.3, 定理 2.8.1 に記述の誤りがありました。以下の記述が正しいものです。修正されていない場合は、修正して読んでいただければ幸いです。

坪井　俊

===========

定理 2.4.3. 平面の有界な閉集合 C について以下の性質が同値である。

- 陰関数表示

  すべての $\overrightarrow{q} = (x_0, y_0) \in C$ に対し、ある正実数 δ に対して平面における δ 近傍 U をとると、U 上で定義された関数 $F(x, y)$ で、U 上で $(\dfrac{\partial F}{\partial x}, \dfrac{\partial F}{\partial y}) \neq \overrightarrow{0}$ を満たすものがあって、$C \cap U = \{(x, y) \mid F(x, y) = F(x_0, y_0)\} \cap U$ となる。
- グラフ表示

  すべての $\overrightarrow{q} = (x_0, y_0) \in C$ に対し、ある正実数 δ に対して平面における δ 近傍 U をとると、実数 x_0 の δ 近傍上で定義された関数 $f(x)$ が存在して $C \cap U = \{(x, y) \mid y = f(x)\} \cap U$ となるか、または実数 y_0 の δ 近傍上で定義された関数 $g(y)$ が存在して $C \cap U = \{(x, y) \mid x = g(y)\} \cap U$ となる。
- パラメータ表示

  すべての $\overrightarrow{q} = (x_0, y_0) \in C$ に対し、ある正実数 δ_0 より小さい任意の正実数 δ に対して平面における δ 近傍 U をとると、ある区間 (a, b) 上で定義された U に値を持つ関数 $\overrightarrow{\Phi}(t) = (\xi(t), \eta(t))$ で, すべての $t \in (a, b)$ に対し $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\Phi}}{\mathrm{d}t} = (\xi'(t), \eta'(t)) \neq \overrightarrow{0}$ であり、$\overrightarrow{\Phi}(t_1) = \overrightarrow{\Phi}(t_2)$ ならば $t_1 = t_2$ となるものがあり、$C \cap U = \{\overrightarrow{\Phi}(t) \bigm| a < t < b\}$ となる。

===========

定理 2.7.3 空間の有界な閉集合 S について以下の性質が同値である。

- 陰関数表示

  すべての $\overrightarrow{q} = (x_0, y_0, z_0) \in C$ に対し、ある正実数 δ に対して空間に

おける δ 近傍 U をとると、U 上で定義された関数 $F(x,y,z)$ で、U 上で $(\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}) \neq \vec{0}$ をみたすものがあって、
$C \cap U = \{(x,y,z) \mid F(x,y,z) = F(x_0,y_0,z_0)\} \cap U$ となる。

- グラフ表示

すべての $\vec{q} = (x_0,y_0,z_0) \in C$ に対し、ある正実数 δ に対して空間における δ 近傍 U をとると、(x_0,y_0) の δ 近傍上で定義された関数 $h(x,y)$ が存在して $C \cap U = \{(x,y,z) \mid z = h(x,y)\} \cap U$ となるか、または (x_0,z_0) の δ 近傍上で定義された関数 $g(x,z)$ が存在して $C \cap U = \{(x,y,z) \mid y = g(x,z)\} \cap U$ となるか、または (y_0,z_0) の δ 近傍上で定義された関数 $f(y,z)$ が存在して $C \cap U = \{(x,y,z) \mid x = f(y,z)\} \cap U$ となる。

- パラメータ表示

すべての $\vec{q} = (x_0,y_0,z_0) \in C$ に対し、ある正実数 δ_0 より小さい任意の正実数 δ に対して空間における δ 近傍 U をとると、円板 $\{(s,t) \mid s^2+t^2 < r^2\}$ $(r > 0)$ 上で定義された U に値を持つ写像 $\vec{\Phi}(s,t) = \begin{pmatrix} \xi(s,t) \\ \eta(s,t) \\ \zeta(s,t) \end{pmatrix}$ で、ヤコビ行列 $\begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial s} & \frac{\partial \xi}{\partial t} \\ \frac{\partial \eta}{\partial s} & \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial s} & \frac{\partial \zeta}{\partial t} \end{pmatrix}$ のランクが 2 であり、$\vec{\Phi}(s_1,t_1) = \vec{\Phi}(s_2,t_2)$ ならば、$(s_1,t_1) = (s_2,t_2)$ となるようなものが存在し,
$C \cap U = \{\vec{\Phi}(s,t) \mid s^2+t^2 < r^2\}$ となる。

=============

定理 2.8.1. 空間の有界な閉集合 C について以下の性質が同値である。

- 陰関数表示

すべての $\vec{q} = (x_0,y_0,z_0) \in C$ に対し、ある実数 δ に対して空間における δ 近傍 U をとると、U 上で定義された関数 $F(x,y,z)$, $G(x,y,z)$ で、U 上でヤコビ行列 $\begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial y} & \frac{\partial G}{\partial z} \end{pmatrix}$ のランクが 2 であるようなものが

あって、$C \cap U = \{(x, y, z) \mid F(x, y, z) = F(x_0, y_0, z_0),\ G(x, y, z) = G(x_0, y_0, z_0)\} \cap U$ となる。

- グラフ表示

  すべての $\overrightarrow{q} = (x_0, y_0, z_0) \in C$ に対し、ある実数 δ に対して空間における δ 近傍 U をとると、実数 x_0 の δ 近傍上で定義された平面に値をとる関数 $(g(x), h(x))$ が存在して $C \cap U = \{(x, y, z) \mid (y, z) = (g(x), h(x))\} \cap U$ となるか、または実数 y_0 の δ 近傍上で定義された平面に値をとる関数 $(f(y), h(y))$ が存在して $C \cap U = \{(x, y, z) \mid (x, z) = (f(y), h(y))\} \cap U$ となるか、または実数 z_0 の δ 近傍上で定義された平面に値をとる関数 $(f(z), g(z))$ が存在して $C \cap U = \{(x, y, z) \mid (x, y) = (f(z), g(z))\} \cap U$ となる。

- パラメータ表示

  すべての $\overrightarrow{q} = (x_0, y_0, z_0) \in C$ に対し、ある正実数 δ_0 より小さい任意の正実数 δ に対して空間における δ 近傍 U をとると、ある区間 (a, b) 上で定義された U に値を持つ関数 $\overrightarrow{\Phi}(t) = (\xi(t), \eta(t), \zeta(t))$ で, すべての $t \in (a, b)$ に対し $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\Phi}}{\mathrm{d}t} = (\xi'(t), \eta'(t), \zeta'(t)) \neq \overrightarrow{0}$ であり、$\overrightarrow{\Phi}(t_1) = \overrightarrow{\Phi}(t_2)$ ならば $t_1 = t_2$ となるものがあり、$C \cap U = \{\overrightarrow{\Phi}(t) \mid a < t < b\}$ となる。

===========

以上